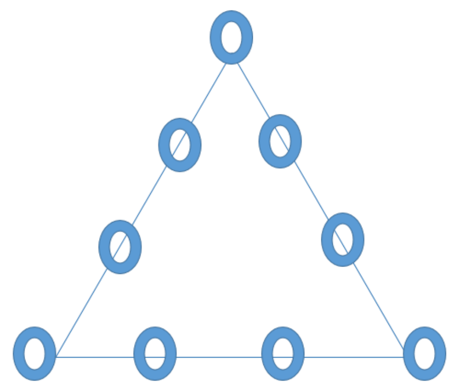
En hel veckas triangeldrama!

Syfte:
· Att arbetet under passet ska ha ett gemensamt fokus.
· Att alla inte kan nå lika långt, men att alla ska nå så långt de kan.
Mål:
· Eleven ska känna att hon lyckas.
· Eleven ska, när hon löst ett problem, ges möjlighet att pröva vunna erfarenheter på en högre nivå.
· Eleven ska delta i en analyserande och utvärderande diskussion kring problemlösningen.



Utgå från en triangel skapad av nio mindre cirklar, fördelade så att varje sida kan sägas innehålla fyra cirklar, då hörncirklarna förenar två sidor vardera. Uppgiften blir att placera in talen 1-9 i cirklarna, ett i varje cirkel, på ett sådant sätt att summan längs varje sida blir 20. Varje tal få användas endast en gång.
Vad kan vi anta kommer att hända om vi ger eleverna detta problem? Sannolikt kommer vi efter en stund finna tre typer av grupperingar:

1. De elever som löst problemet.
2. De elever som ännu inte löst problemet men sannolikt kommer att göra det om de får mer tid på sig.
3. De elever som inte kommer att lösa problemet hur lång tid de än får på sig.

I den första gruppen kan finnas elever som upplever problemet som för enkelt, men detta behöver vi inte grubbla länge på. I den tredje gruppen finns de elever som tyckte problemet var för svårt. Hur ska pedagogen möta den uppkomna situationen – vilka möjligheter finns? En är att ge de elever som inte löst problemet mer tid, men det hjälper bara eleverna i grupp 2 ovan. Eleverna i den första gruppen frågar efter fler problem, medan eleverna i den tredje gruppen förstärker sin känsla av otillräcklighet.

En strategi skulle kunna vara att ge eleverna i grupp 1 ett helt nytt problem och strategin skulle då bygga på att vi hade så många problem att ingen elev någonsin blev utan. Detta är sannolikt inte framgångsrikt; det nya problemet medför ytterligare grupperingar, eftersom man inte kan utgå från att alla som får det problemet löser detta lika snabbt. Vidare måste pedagogen fråga sig hur han ska knyta samman allt när arbetet ska utvärderas och analyseras.

En annan lösning skulle kunna vara att ge varje elev problem som är avpassade till just hennes nivå. Frågan är bara hur pedagogen ska kunna göra välavvägda val innan han har en uppfattning om var och ens förmåga att lösa problem. Vidare kommer frågan åter hur pedagogen ska knyta samman allt i den efterföljande diskussionen. Sannolikt minskar också möjligheterna till samarbete om eleverna ställs inför skilda problem. Resonemanget leder till att vi måste hitta en annan strategi för att lyckas. Då ett av arbetets mål är att varje elev ska känna att hon lyckas måste vi börja i ett problem som vi bedömer tillräckligt lätt för alla.

Därför kan en triangeluppgift med endast sex cirklar vara ett bra utgångsläge. I den ska siffrorna 1-6 placeras ut med summan 11 på varje sida. Följdfrågan blir nu hur pedagogen agerar då en elev som löst problemet önskar få ett nytt. Eftersom problemet kring triangeln med nio cirklar påminner om det mer greppbara startproblemet vore detta kanske en lämplig fortsättning. Pedagogen måste dock fråga sig om eleven dragit några väsentliga lärdomar av det första problemet och därmed har ökat sina förutsättningar att klara det svårare problemet. Kanske är lösningen på startproblemet endast en frukt av en gissning. I sådana fall är gapet väl stort till triangeln med nio cirklar. Pedagogen kan dock vara säker på att eleven känner en trygghet av att ha lyckats och att eleven har en önskan att nyttja erfarenheterna i liknande situationer.

Poängen blir nu att vi, genom att bli kvar i samma grundproblem med sex cirklar i triangeln, bevarar elevens känsla av att ha lyckats. Förmodligen behåller vi ett bättre fokus om vi istället för att presentera den nya, större triangeln behåller den lättare. Pedagogen kan uppmana eleven att placera ut de sex talen så att summan av varje sida blir **10** istället för 11. Kanske ingen större utmaning, tycker någon elev, men en nyfikenhet kommer att infinna sig; *går det?!* När eleven så har lyckats ser hon att nya vägar har öppnats.

Antingen skapar eleven nu nya frågeställningar själv, och skriver ner dem, eller också bjuder pedagogen in till utmaningar;

· Kan du eller ni placera ut talen så att ni får en ännu mindre summa per sida?
· Vilken är den minsta summan ni lyckas få ut per sida?
· Kan ni placera ut talen så att ni får en större summa än 11 längs var sida?
· Finns det i så fall mer än en kombinationsmöjlighet i fallet med 11 per sida?
· Tänk om ni…
· Har sett likheten mellan…

Visa med text och figur att dina resonemang stämmer!

gratismatte.se

Hur har eleverna grupperat sig i detta läge? Troligtvis arbetar fortfarande några elever med startproblemet och det ska de få god tid på sig till. De elever som önskat utmaningar har fått det, men det är här poängen kommer igen; *alla elevers arbete har kretsat kring samman grundproblem.* Detta ger pedagogen goda förutsättningar för att forma diskussioner formativt både under tiden och i slutet av passet. Kanske har några elever tillåtits att nosa på problemet med nio cirklar, men den utmaningen kan vi tryggt lämna ut då den vilar på samma grundidé, som för deras del är väl synliggjord vid detta lag. Den gemensamma idén i detta **triangeldrama** med sex cirklar hänger ihop med att summan av de sex tal man har till förfogande är 21, medan varje sida ska bli 11 i startproblemet. Detta ger oss en skillnad mellan 33 (11*3) och 21 som är 12.

Varifrån ska vi då få dessa 12? Tänk på hörnens dubbelroller!

Nu behöver inte problemlösning alltid utgå från en gemensam uppgift så påtagligt som visats ovan. Istället kan en lösningsstrategi vara den gemensamma idén. Om eleven får en strategi tillämpad på flera olika problem, ökar förutsättningarna för att eleven ska se strategins fördelar avsevärt. Exempelvis kan strategin att *rita en figur* utgöra den gemensamma idén. Här kan då flera väl valda uppgifter på olika svårighetsnivå utgöra grunden, men ändock leda fram till den gemensamma diskussionen efteråt. Nackdelen med många av de problem vi finner i både fysiska och digitala läroböcker är att de oftast består av en enda frågeställning. Ta då tag i problemet och fundera likt exemplet med triangeltalen ut differentierande frågeställningar. Kanhända bedömer du problemet som allt för svårt för att passa alla elever. Då skapar du ett enklare problem, men det ska bygga på samma idé! Även detta enklare problem bör då kunna följas av flera nya problemställningar utifrån den avklarade uppgiften. Här har vi förvisso två huvudproblem som eleverna arbetar med, men de vilar på en gemensam grund och kan då framgångsrikt förenas i samtal och diskussioner i det gemensamma lärandet.

Vid en observation som två pedagoger gjorde för att synliggöra lärandet fann de att eleverna faller väl in i de två första typerna av grupperingar som förutspåddes; utifrån resonemanget tidigare tillåts inte nivån på grundproblemet vara svårare än att alla elever ska klara det. I triangelproblemet innebär det att alla elever har startat med triangeln bestående av sex cirklar. Detta leder i sin tur till att måluppfyllelsen hittills är god; alla har lyckats, alla som så har behövt har erbjudits utmaningen att pröva vunna erfarenheter på en högre nivå.

Vidare avsätts en god stund i slutet av varje pass till att sammanfatta och locka till nya frågeställningar. Således har också det tredje målet, att eleven ska delta i en analyserande och utvärderande diskussion efter problemlösningen, också rotts i land i denna inledande fas. En icke förväntad effekt av de analyserande samtalen har blivit att en mindre grupp elever inte kan eller vill gå på rast; de brottas med de nya frågor som kompisar under utvärderingen givit dem. Det ska också erkännas att pedagogen slukas av de ofta avancerade frågor de tar sig an; ärligt talat blir man på djupet nyfiken och har det gemensamt med eleverna att man inte gillar att lämna frågor obesvarade.

Pedagogen dokumenterar arbetet med triangeltalen så fort möjlighet finns; rollen är då att vara likt en fluga på väggen, vilket inte alltid är så lätt varken för pedagog eller elev; vi drivs ju av samma *äkta* nyfikenhet kring de matematiska problemställningarna. Nedan presenteras delar av arbetet kring den större triangeln från en grupp bestående av pojkar och flickor, från skolår 5, 6 och 7.

- Det vore spännande att prova den högsta (summan per sida) som går… då borde vi ha 7, 8 och 9 i hörnen, säger Felicia i arbete med en triangel bestående av nio positioner totalt. Hon tittar tillbaka i sina anteckningar kring triangeln med sex positioner. Pedagogen gläds åt att processen synliggörs – det var alltså ett riktigt beslut att börja med den mindre triangeln även för elever som har stor vana av problemlösning.
- Ja, det minsta vi kan få (på en sida) är nio plus ett plus två plus tre, konstaterar Hilda på ett matematiskt korrekt vis. Siri som sitter bredvid tvekar, men tycks ändock acceptera Hildas resonemang, kanske i brist på annat…
- Vad hade ni som mest med fyra i rad, frågar Erik som har kommit in i gruppens resonemang.
Han diskuterar placeringen av siffran nio med Felicia och pedagogen ser att hörnpositionernas viktighet börjar synliggöras bland annat via dessa två elevers kunskapsutveckling.
- Vi har 23, svarar Felicia, utan att tyckas tänka på att hemlighålla något eller vilseleda Erik.
- Jag har 18 per sida, ropar Hilda strax där efter. Eleverna inbjuder hela tiden varandra i sina resonemang och snart finner någon att Hilda har *två* fyror i sin triangel, men ingen gör detta till något nedsättande. Istället korrigeras det lilla misstaget och Felicia resonerar vidare;

- Det borde finnas ett samband mellan den lilla och den stora triangeln. Bevisligen är Felicia alltså kvar i det jämförande tänkandet och försöker dra slutsatser därur.
- På den lilla triangeln var den högsta möjliga summan jämn och då borde den vara det även på den stora, för båda har en ojämn summa som lägst (Nio respektive 17), tänker Felicia samtidigt som hon fokuserat söker vidare.

Pedagogen njuter av det flöde av huvudräkning som hörs likt ett sorl i rummet. Det är fascinerande att eleverna kan slukas av en problemformulering som skulle kunna klassas som meningslös och världsfrånvänd! Lek med tanken att ett arbetsblad fyllt av tiokamrater och annat hade lagts fram till eleven för att öva de grundläggande sifferkombinationerna; sannolikt hade mer än en elev tappat lusten illa kvickt, men med problemlösningen sker detta inte alls. En skicklig pedagog strävar alltid efter att hitta så många infallsvinklar som möjligt för att göra även det mest grundläggande utmanande och lustfyllt för så många som möjligt.

Under dokumentationstillfället slås pedagogen av det språk som lever bland eleverna; de formar ord som sannolikt aldrig har existerat tidigare, men när behov av nya ord finns så skapas de.
. Låt oss kort exemplifiera:
- Har ni klarat någon **tolvtriangel**, frågar Felicia Pontus och Teodor i slutet av arbetspasset.
- Finns det en sådan, replikerar de frågande.
- Ja, det är en med fem siffror per sida, svarar Felicia. Här har alltså eleverna skapat en terminologi för att de olika trianglarna lätt ska kunna skiljas från varandra. Den mindre benämns, för eleverna helt naturligt, niotriangeln och den minsta för det i vuxna öron tolkningsbara ordet sextriangeln.

Vid ett senare tillfälle kommer pedagogen på sig själv att ha format ett nytt ord:
- Vad har tolvtriangeln för **hörnsumma**, frågar han Felicia och Julia som sitter vid samma bord.
- Den har hörnsumman femton, svarar Felicia, utan att reflektera kring det ord hon sannolikt aldrig använt förut; hörnsumma. Vilken person utanför detta rum skulle förstå begreppet hörnsumma? Förmodligen ingen, men för oss som är involverade är betydelsen solklar eftersom den handlar om hur mycket de tre hörnpositionerna ska vara värda tillsammans för att problemet i fråga ska vara lösligt!
Arbetet med trianglarna skulle nog kunna fortsätta mycket länge, men pedagogen ser att elever på vissa håll börjar tappa intresset. Därför väljer han att rikta fokus på ett nytt utmanande problem den följande veckan…