

Procent och förändringsfaktor

Begrepp

Procent

Räkna ut en del av ett antal:

Hur mycket är 12 % av 440 kr?

Metod 1: Huvudräkning där 12 % delas upp i 10 % + 1 % + 1 %. Vi vet att 10 % av 440 kr = 44 kr. Sedan är 1 % av 440 = 4,4. Sammanlagt blir 12 % av 440 kr = 44 + 4,4 + 4,4 = 52,8 kr ≈ 53 kr.

Metod 2: Omvandla 12 % till decimalform. 12 % = 0,12. En regel är att...

Procentsatsen • Det hela = Delen.

0,12 • 440 = 52,8 kr.

Metod 3: $\frac{12}{100} \cdot 440 \text{ kr} = 12 \cdot \frac{440}{100} = 12 \cdot 4,4 = 44 + 8,8 = 52,8 \text{ kr}$. Det är en variant på metod 2 men välj vilken metod du föredrar. Det är viktigt att kunna flera metoder så du kan välja den så passar bäst till en viss fråga.

Räkna ut det hela:

I en grupp är 20 % av personerna vegetarianer. Det motsvarar 6 personer. Hur många personer finns i hela gruppen?

Metod: Om vi utgår från formeln **Procentsatsen • Det hela = Delen** kan vi använda den i en annan version:

$$\text{Det hela} = \frac{\text{Delen}}{\text{Procentsatsen}}$$

Vi omvandlar 20 % till decimalform 0,2 (eller 0,20) och får beräkningen att det hela = $\frac{6}{0,2}$. Om vi förlänger täljaren och nämnaren med 5 får vi $\frac{6 \cdot 5}{0,2 \cdot 5} = \frac{30}{1} = 30$. Svar: Det är 30 personer i gruppen.

Räkna ut procentsatsen:

Procentsatsen: Är ett annat begrepp för det vi oftast kallar *procent*. När man vill räkna ut hur många procent något motsvarar använder vi åter igen samma formel men i ytterligare en version:

$$\text{Procentsatsen} = \frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}}$$

Exempel 1: Hur många procent är 18 av 24?

Formeln **Procentsatsen** = $\frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}}$ leder till beräkningen $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ (när vi förkortar med 6) som är 0,75 = 75 %. Svar: 75 %.

Exempel 2: Vid ett val i en kommun fick en person 1 000 röster av de 20 000 invånarna. Hur många procent röstade på hen?

Formeln **Procentsatsen** = $\frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}}$ leder till beräkningen 1 000/20 000. Här kan vi förkorta täljare och nämnare med 1 000 och får då kvoten 1/20. Eftersom 1/10 är 10 % måste 1/20 vara hälften, alltså 5%. Svar: Hen fick 5 % av rösterna.

Procent och Procentenheter: Det är viktigt att skilja på dessa två begrepp, annars kan du missförstå och bli lurad av nyheter och statistik.

Exempel: Ett parti fick i förra valet 20 % av rösterna. I valet därefter fick de 25 % av folkets röster. Partiet ökade då med 5 **procentenheter**.

Däremot ökade de faktiskt inte med 5 % för **Procentsatsen** = $\frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}}$ vilket innebär $\frac{5}{20} = 25$ %.

Partiet fick således 25 % fler röster men ökade med 5 procentenheter.

Man kan skriva *procentenheter* som *%-enheter* också.

Förändringar och förändringsfaktor

Förändringsfaktor: Den är ett tal som visar en höjning eller sänkning. Om en höjning sker med 35 % blir förändringsfaktorn 1,35. Det beror på att $100\%+35\%=135\%$ som i decimalform skrivs 1,35. Sedan multiplicerar man det gamla priset med förändringsfaktorn och får direkt det nya priset.

Förändringsfaktorn 0,55 visar att ett pris sänks med 45 % för $100\% - 45\%$ är 55 % som skrivs 0,55 i decimalform. Begreppet förändringsfaktor skrivs FF.

Upprepade förändringar: Förändringsfaktorer kan användas effektivt även när det är flera förändringar i rad.

Exempel 1: Föreställ dig en butik som provar att höja priset på en cykel från 1 000 kr till 1 200 kr. Det är en höjning med 20 % vilket ger $FF=1,2$. Sedan märker de att de behöver sänka priset för att få cykeln såld och sänker då priset med 15 %. Den sänkningen ger $FF=0,85$.

Hela denna prisvariation kan vi beräkna i en och samma uträkning: $1\ 000 \cdot 1,2 \cdot 0,85 = 1020$.

Svar: Cykeln kommer till slut att kosta 1020 kr.

Exempel 2: En bank ger dig en viss ränta om du sparar pengar hos dem. Din ränta är i detta exempel 4 %. Det leder till att $FF=1,04$. Hur mycket pengar finns på kontot efter fem år om du sparar 10 000 kr från början?

$10\ 000 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 = 12\ 167$ kr.

En annan metod är att räkna så här: $10\ 000 \cdot 1,04^5 = 12\ 167$ kr. Där utgör förändringsfaktorn basen och antalet år utgör exponenten.

Förändringsfaktorn förkortas FF

En höjning visas av att FF är större än 1 t.ex. 1,27 om höjningen är 27 %

Om FF är mindre än 1 är det en sänkning. 0,85 visar en sänkning med 15 %

Metoder

Vissa av uppgifterna handlar om de fyra räknesätten. Om du tycker de är knepiga förklaras de noga i var sitt kunskapsområde på gratismatte.se

På E-nivå:

1. Hur många procent motsvarar...
 - a) 0,85
 - b) $1/5$
 - c) 0,04
 - d) En åttondel
2. Beräkna
 - a) 10 % av 145 kr
 - b) 5 % av 240 kr
 - c) 30 % av 80 kr
3. Räkna ut det hela om...
 - a) 3 personer är 20 % av en större grupp
 - b) 2 ägg motsvarar 10 % av äggen i en kartong
 - c) 2 % motsvarar 40 kr
 - d) 90 % motsvarar 45 kr
4. Hur många procent är ...
 - a) 15 kr **av** 60 kr
 - b) 13 äpplen av 42 äpplen
 - c) Två barn av 16 i en klass
 - d) 3 av 24
5. Förklara begreppet förändringsfaktor.
6. Beskriv höjningens eller sänkningens storlek om FF är...
 - a) 1,24
 - b) 1,3
 - c) 0,7
 - d) 1,03
7. Priset på en flaska schampo höjdes från 20 kr till 25 kr. Beräkna förändringsfaktorn.

På C-nivå:

8. Beräkna med uppställning:

- a) $486+9695$
- b) $2365-877$

9. Fyll i tabellens luckor:

Bråkform	Procentform	Decimalform
	5 %	
		0,25
		0,600
$\frac{1}{10}$		
	2,7 %	
		0,041
$\frac{3}{5}$		

10. Skriv i decimalform...

- a) 7,5 %
- b) $\frac{1}{3}$
- c) Tre tiondelar
- d) 47,1 %
- e) En sjättedel

11. Beräkna

- a) 11 % av 850 kr
- b) 29 % av 350 kr
- c) 52 % av 150 kr

12. Av en stor grupp människor utgör 20 av dem 8 %. Räkna tydligt ut hur många personer den stora gruppen består av!

På A-nivå:

13. Vilket bråktal i enklaste form motsvaras av...
- a) 0,020
 - b) 12,5 %
 - c) 0,375
 - d) 80,5 %
14. I ett val ökade Kristdemokraterna från 4 % till 5 % av rösterna. Beskriv ökningen med hjälp av begreppen procent samt procentenhet.
15. Beräkna med uppställning:
- a) $1486+9,695$
 - b) $2365-0,183$
16. Beräkna hur mycket ett lån på 10 000 kr kostar efter två år med en årlig ränta på 15 %.
Använd FF. Försök hitta en generell metod för hur man kan utföra denna typ av beräkning.
17. Beräkna med valfri metod:
- a) $4 \cdot 14,9$
 - b) $17 \cdot 0,2$
 - c) $\frac{365}{20}$
18. Du får talen 9 och 10. Beräkna deras...
- a) summa
 - b) differens
 - c) produkt och
 - d) kvot
19. En skicklig mattelärare på en skola upptäckte förra terminen att hälften av skolans 350 elever använder gratismatte.se för att bli säkrare på matematik. När hen nu undersöker samma sak ser hen till sin glädje att 245 elever ofta använder gratismatte.se.
Hur stor är ökningen i
- a) Antal elever
 - b) Procent
 - c) Procentenheter?

Problemlösning med gamla talsystem

Bra att ha:

- Penna
- Skrivpapper
- Gärna en bit lera och en trekantig form av t.ex. trä eller plast att trycka med.

Gör så här:

1. Ni ska nu få räkna så som babylonierna gjorde för 5000 år sedan! Välj om ni vill rita och skriva på papper eller om ni vill prova i en bit mjuk lera på riktigt.
2. Här får ni nu två bilder av hur babyloniernas talsystem byggdes upp. Studera dem och hitta mönster! Den första bilden visar talet 42 och den andra visar faktiskt talet 163. Fundera hur ni kan förklara det systemet. Tips finns längre ner om ni kör fast...



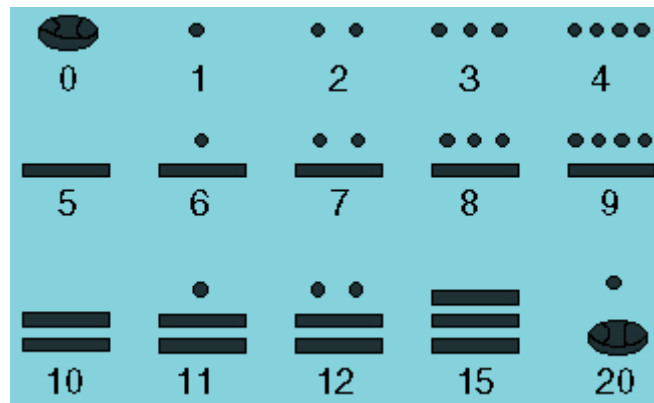
3. Precis som med våra tal blir positionen, alltså platsen som tecknet står på, avgörande för vad det har för värde. Jämför med vårt tal 423 där fyran har värdet 400 tack vare den platsen den står på.
4. Nu ska ni skriva några tal själva och låta en kamrat lista ut vilket tal det motsvarar i vårt decimala talsystem. Prova att skriva talen 66 och 313.
5. Förklaring till 163 i bilden ovan är att de tre kilarna längst till höger är entalen. I mitten finns fyra kilar som visar talet 40. De två kilarna längst till vänster visar att vi har två stycken 60, alltså 120. Det ger summan 163.

Mål i Lgr 11:

- Att utveckla dina kunskaper om talsystem som använts genom historien samt om positionssystemet
- Att utveckla din förmåga att samtala om matematiska mönster och beräkningar

Mer om du vill:

Andra talsystem som är kända genom historien är **Mayaindianernas** och det romerska talsystemen. Mayaindianerna levde i Sydamerikas urskogar i området som nu är Guatemala. Deras talsystem växte fram för 2000 år sedan och har 20 olika siffror, jämfört med våra 10. De använde symboler för talet fem precis som babylonierna, men kombinerade streck och punkter finurligt. Prova att skriva större tal med Mayafolkets system. Börja med t.ex. 26 och fortsätt med 69. En spännande brytpunkt finns vid 400; varför det?



De **romerska siffrorna** ser vi ibland på kyrkors urverk eller på äldre hus eller föremål. Sök fakta om det systemet på nätet eller läs i böcker om du vill. Du kan också lära dig mer om det **binära talsystemet** som styr alla datorers funktioner; bara med hjälp av siffrorna 0 och 1.

Mer bakgrund:

Sedan många tusen år har människan haft nytta av att kunna räkna. Under en lång tid har olika system av siffror och talsystem växt fram. I Mellaneuropa har forskare hittat djurben som är 30 000 år gamla och på dem finns inristade tecken. Dessa tecken är i grupper om fem; först fyra lodräta skåror och sedan en diagonalt över dem. Det liknar fingrarna på en hand med tummen överst.

När handeln av varor växte blev det opraktiskt att rista in varje skåra och detta ledde till att siffrorna började tal över istället. Även då gjorde olika folkslag på olika vis.

En riktigt gammal och känd grupp är babylonierna. Deras framgångar började för närmare 5000 år sedan i områden där Turkiet, Iran och Irak finns idag. Floderna Eufrat och Tigris blev mycket viktiga när nya städer växte upp.

Babylonierna räknade till viss del som vi gör än idag. Fingrarnas antal gavs tecken upp till 9 men sedan skapade man ett särskilt tecken för talet 10. Deras talsystem fortsatte så upp till talet 60. Deras talsystem saknar dock en metod för att berätta om talet 0 och det har varit ett problem i flera talsystem.

Av praktiska skäl skapade babylonierna en trekantig stämpel av vass som liknade en kil. Denna kil trycktes ner i tavlor av mjuk lera enligt vissa system. Skriften kallas för kilskrift och ett viktigt tal blev talet 60 ungefär som talet 10 eller 100 är brytpunkter i vårt decimala system. Talet 60 lever kvar som ett viktigt även hos oss, inte minst när vi tänker på sekunder och minuter. Även i vinklar använder vi babyloniska tal, t.ex. vid talet 360° .