

Grafer och enheter

Begrepp:

Proportionella samband och funktioner

Funktion: En funktion är som en formel som visar på sambandet mellan två storheter. Ett exempel är att om hastigheten för en buss är 80 km/h så blir funktionen att sträckan (Y) för ett visst antal timmar (X) så här: $Y=80 \cdot X$ eller $Y=800X$ som betyder samma sak. Funktionen $Y=80X$ berättar att ett visst antal kilometer (Y) passeras på ett visst antal timmar (X). T.ex. är sträckan 160 km om tiden är 2h för att $160 = 80 \cdot 2$.

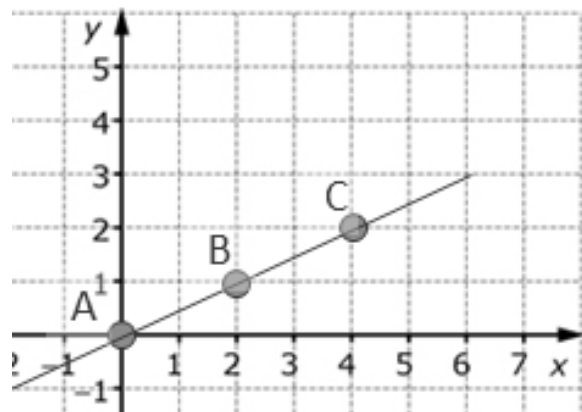
$$Y=80 \cdot X \text{ eller } Y=80X$$

Om ni ska åka taxi brukar det stå så här på skylten: **Startavgift 40 kr. Pris per km är 15 kr.** För att räkna ut vad en resa då kostar skapar vi funktionen där Y är priset och X betecknar antalet km.

$Y=40+15X$. Med hjälp av den funktionen skapar vi sedan en värdetabell och visar resultatet i en graf i ett koordinatsystem.

$$Y=40+15X$$

Graf: Grafen är en linje mellan punkter i ett koordinatsystem. Ett exempel är grafen i koordinatsystemet till höger. Den binder ihop koordinaterna A, B och C. Använd minst tre punkter, helst fler, för att det ska bli riktigt säkert att grafen blir rätt. En graf kan vara hur lång som helst åt båda håll!



Värdetabell: En tabell där de olika koordinaterna antecknas. En kolumn (spalt) heter X och den andra heter Y. Du kan välja fler eller andra värden på X om du vill, men tänk på att de ska vara rimliga.

X	Y
0	0
2	1
4	2
5	2,5
6	3

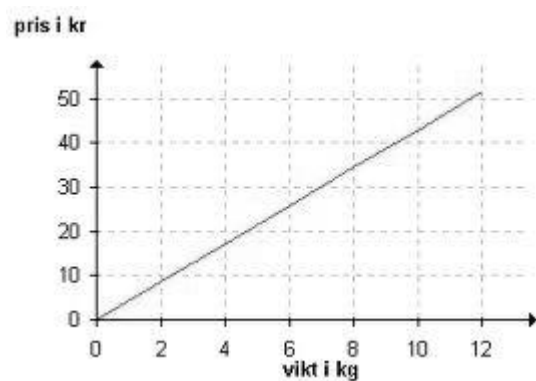
Linjära grafer

Variabel: En variabel är en bokstav som står för ett ännu ej känt tal. Ofta väljer man att kalla den x. Släkt med begreppet *variera*. Om du har flera variabler av samma sort ska du skriva t.ex. 5y som det betyder 5•y.

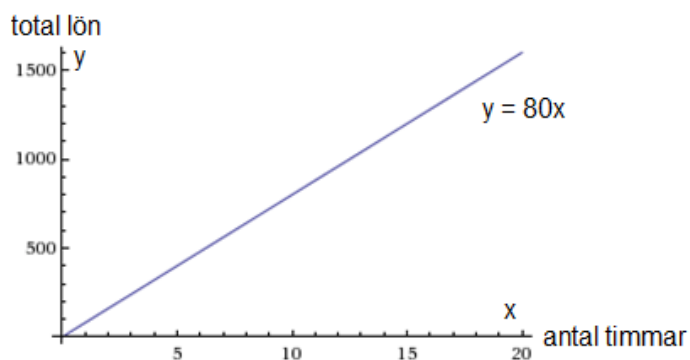
Konstant: Motsatsen till variabel. En konstant är bestämd.

Proportionell: Alla grafer som skär (går igenom) origo kallas proportionella. I den här grafen visas priset på morötter. 10 kg kostar cirka 44 kr och 7 kg kostar runt 30 kr. Priset ökar proportionellt, alltså i en jämn takt. Man säger att priset är proportionellt mot vikten.

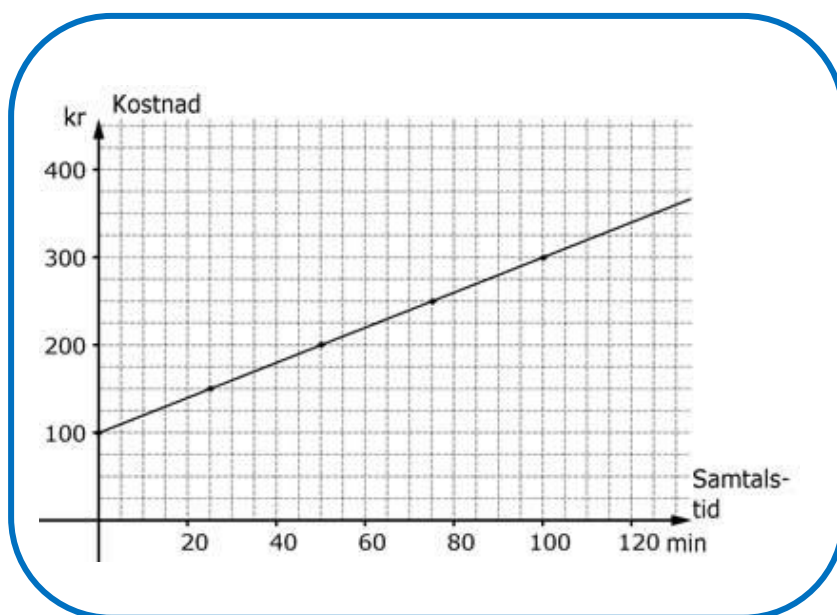
Grafen om mobilkostnaden på nästa sida är *inte* proportionell för där kostar det 100 kr innan du ens har börjat ringa!



Linjära samband: Oavsett om grafen är proportionell eller inte kallas det man visar för ett linjärt samband. Sambandet mellan en arbetares lön och arbetstid är ett passande exempel. Hen tjänar 80kr/timme och funktionen $y=80x$ visar att lönen y är 80 gånger antalet timmar hen jobbat. Efter t.ex. 20 timmar har hen tjänat 1 600 kr för då är $y=80 \cdot 20=1\ 600$.



Linjär: En linjär graf är alltid rak som en linjal. Alla tre graferna i förklaringarna är linjära. Den här visar ett mobilabonnemang med en fast avgift på 100 kr och sedan ett minutpris på 2 kr/minut. Exempelvis kostar 100 minuter 300 kr för att den fasta avgiften är 100 kr och sedan betalar du 2 kr 100 gånger dvs. 200 kr. Sammantaget blir kostnaden 300 kr för 100 minuters prat i telefonen.



Storheter och enheter

Storhet: En storhet är något som vi kan mäta och se hur stor den är. Hastighet, tid och längd är exempel på storheter. För att beskriva en storhet använder vi oss av en enhet.

Enhet: För att kunna beskriva något har vi människor skapat olika enheter. De gamla enheterna handlade om tum och fot, men nu har man skapat en standard så att (nästan) alla använder samma enheter. *Storheten* längd mäts vi i *enheten* meter. Storheten tid mäts i enheten sekunder, men ibland väljer vi minuter, timmar eller år om det är smidigare.

Tid: Tid kan presenteras antingen analogt med en klocka med urtavla och visare, eller digitalt med siffror. Ett exempel på digital tid är **21.45**. Begreppet tid är förloppet mellan två händelser och kan mätas med en mängd olika enheter.

Tiden...	... kan omvandlas till
1 år	12 månader eller 365 dagar eller cirka 52 veckor
1 kvartal	3 månader (en "kvart" eller fjärdedel av ett år)
1 dygn	24 h
1 h	60min
1 kvart	15 min
1 min	60s

Massa: Till vardags kallar vi massan för vikt.

Massan kan omvandlas till	... som kan omvandlas till
1 kg	10 hg	1 000 g
1 ton	1 000 kg	10 000 hg
1 hg	0,1 kg	100 g
1 g	0,01 hg	0,001 kg

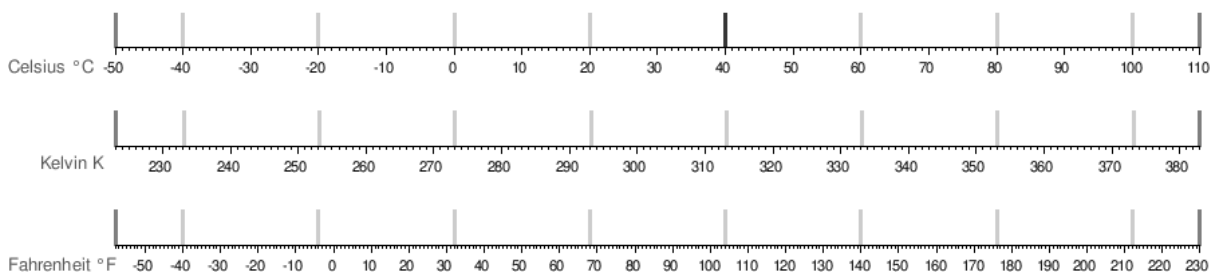
Temperatur: Den temperaturskala vi använder i Sverige kallas för Celsiusskalan. Den skapades av **Anders Celsius** i Uppsala på 1700-talet. Han utgick från vattnets olika former och han bestämde att vattnet kokar vid 0° och fryser vid 100° . Efter hans död vände man på skalan så att vattnet fryser vid 0° och kokar vid 100° .

En annan vetenskapsman som hette **William Kelvin** levde på 1800-talet och han hittade den absolut lägsta temperaturen -273°C ! Han valde att kalla den temperaturen för 0 Kelvin och det skrivs 0 K. Sedan använde han Celsius skala uppåt så att 0°C är $+273$ K. Vetenskapsmän använder än idag Kelvin.

Före både Celsius och Kelvin uppfann **Mr Fahrenheit** redan 1714 en temperaturskala. Den används t.ex. i USA men är lite klurigare för man räknar så här: $^{\circ}\text{F} = 1,8 \cdot ^{\circ}\text{C} + 32$.

Celsius	Kelvin	Fahrenheit
0°C	$+273$ K	$+32^{\circ}\text{F}$
10°C	$+283$ K ($273+10$)	$+50^{\circ}\text{F}$ ($1,8 \cdot 10 + 32$)
100°C	$+373$ K	$+212^{\circ}\text{F}$
-273°C	0 K	-459°F
-18°C	255 K	0°F

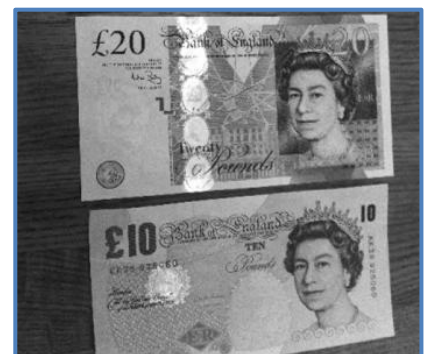
Lägg din linjal lodrät så kan du se samma temperatur uttryckt i alla tre enheterna:



Pengar och valutor: Om du är på en resa utomlands är det nödvändigt att kunna omvandla mellan olika valutor. De vanligaste är euro €, dollar \$ och pund £. Växlingskursen varierar varje dag men ett bra riktmärke är att $1 \text{ €} \approx 9 \text{ kr}$, $1 \text{ \$} \approx 7 \text{ kr}$ och $1 \text{ £} \approx 11 \text{ kr}$.

Om du är i Italien och ska äta en rejäl middag kostar den 11 € enligt menyn. För att omvandla till svenska kronor måste du multiplicera 11 € med växlingskursen som är 9 kr. $11 \cdot 9 = 99$ kr. Alltså kostar din italienska måltid cirka 100 kr.

Om du är på väg till England och ska växla in 330 kr till brittiska pund, kan du tänka att du kommer att få ungefär en tiondel så många pund som kronor; $\frac{330}{11} \approx 30 \text{ £}$.



Metoder

På E-nivå:

1. På en bank står följande information: $1 \text{ €} = 9 \text{ kr}$. Hur många euro kan du växla följande belopp till:
 - a) 900 kr
 - b) 2 500 kr
 - c) 8 007 kr

2. Hur många minuter är...
 - a) 5 h
 - b) ... det mellan kl. 8.40 och 14.25
 - c) ett dygn

3. Rita ett koordinatsystem. Gradera axlarna och sätt ut koordinaterna ...
 - a) (3, 2)
 - b) (3, 6)
 - c) (1, 2)
 - d) Bind ihop koordinaterna med linjer. Beskriv den geometriska figuren som bildas.

4. Förklara följande begrepp:
 - a) Origo
 - b) Storhet
 - c) Graf
 - d) Proportionell

5. Skapa värdetabellen och rita grafen till funktionen $y=3x+2$

På C-nivå:

6. Ett taxibolag har följande pristabell: STARTAVGIFT 40 kr och därefter 20 kr per kilometer.
- Gör en värdetabell som visar kostanden för de fyra första kilometrarna.
 - Rita grafen i ett koordinatsystem
 - Hur lång resa räcker 100 kr till med detta taxibolag?
7. Beskriv skillnader och likheter på linjära grafer och proportionella grafer. Ge ett vardagligt exempel av varje.
8. Omvandla vikten 55 kg till...
- hg
 - g
 - ton
9. Rita grafen och lista ut funktionen till följande värdetabell. Skriv funktionen i översta rutan.

y = +	
x	y
-1	1
0	4
1	7
2	10
3	13

På A-nivå:

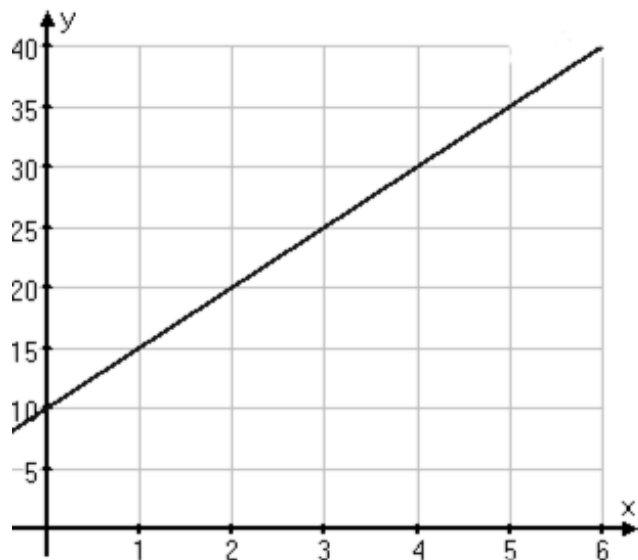
10. Tabeller är ett bra sätt att visa sina kunskaper och att få struktur. Fyll nu i tabellen om temperaturer nedan. Gör ett eget exempel i sista raden:

Celsius (°C)	Kelvin (K)	Fahrenheit (°F)
	+273 K	
10°C		+50°F (1,8•10+32)
	+373 K	+212°F
-273°C		-459°F
	255 K	0°F
°C	K	°F

11. På ett gym kostar det 200 kr per månad att vara medlem. Utöver det betalar man 40 kr per träningstillfälle. Skapa en funktion som visar kostnaden. Gör sedan en värdetabell och en graf som visar upp till 10 träningspass.

12. På samma gym kan man träna hur mycket man vill i en månad för 500 kr, utan att behöva bli medlem. Vid vilket antal träningspass lönar sig månadskortet jämfört med alternativet med medlemskap? Visa dina beräkningar och rita grafen för fast månadspris i koordinatsystemet från uppgift 11.

13. Lista ut grafens funktion!



Problemlösning med grafer

Bra att ha:

- Penna och sudd
- Rutigt papper
- Miniräknare
- Gärna en grafitande räknare eller kalkylprogrammet i google. Läs mer om det under fliken Räkna med googles kalkylark på [gratismatte.se](https://www.gratismatte.se)
- En stor portion fantasi och humor tillsammans med några kamrater

Gör så här:

Läs om begreppen kring den räta linjens ekvation och arbeta med problemlösningarna därefter!

Räta linjens ekvation: En rät linje byggs upp av en viss struktur. Den skrivs som $y = kx + m$. Det kallas den räta linjens ekvation.

Exempel: Grafen i begreppen på sidan 3 som visar ett mobilabonnemang har en funktion som bygger på den räta linjens ekvation $y = kx + m$. k-värdet visar lutningen på så vis att 1 minut kostar 2 kr och då blir k-värdet 2 (Man räknar y/x). Funktionen m-värde är 100 för där skär grafen y-axeln. Den räta linjens ekvation blir här $y = 2x + 100$.

Räta linjens ekvation	$y = kx + m$
------------------------------	--------------------------------

Exempelvis	$y = 2x + 100$
-------------------	----------------------------------

Riktningskoefficient: Variabeln k i den räta linjens ekvation kallas för riktningskoefficient och visar på hur brant grafen lutar. Ju högre k-värde ekvationen har desto brantare lutar grafen!

m-värdet: Variabeln m i den räta linjens ekvation visar var grafen kommer att skära y-axeln. Om $m=0$ skär grafen genom origo.

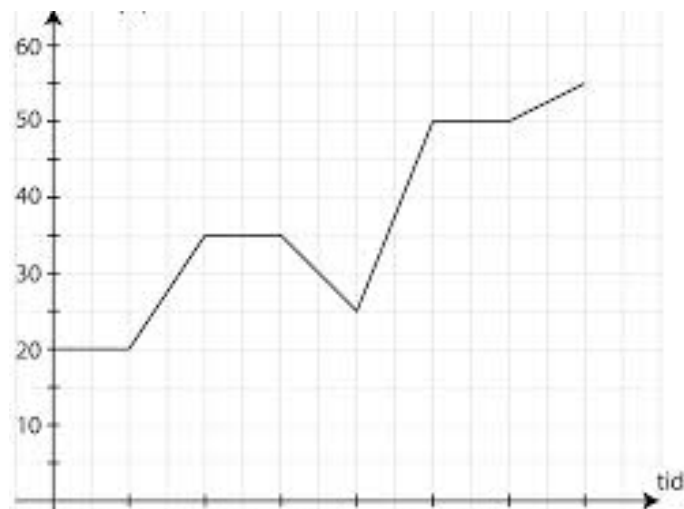
Mål i Lgr 11:

- Att utveckla dina kunskaper om problemlösning i vardagliga situationer
- Att utveckla din förmåga att samtala om matematiska beräkningar

Mer om grafer i vardagen:

Begreppet graf betyder bild. När vi till exempel säger biograf menar vi levande bild och det tyckte folk var mycket spännande när det uppfanns för över 100 år sedan.

Nu ska du skriva eller berätta en berättelse utifrån grafen här nedanför. Det är du som bestämmer enheter på både x- och y-axeln. Kanske handlar den om din promenad eller snödjupet under en sportlovsvecka eller...



Lite till...

Som en extra krydda i detta kunskapsområde föreslår vi på gratismatte.se att du gör en graf om din dag. Gör en tabell där tider och förflyttningar skrivs in och skapa sedan en graf som är bilden av din dag!