

# Prioriteringar, ekvationer och algebra

## Begrepp

### Prioriteringsregler

Ibland finns det flera räknesätt i samma beräkning. Då visar prioriteringsreglerna i vilken ordning man ska räkna. Dessa regler gäller inom all matematik för det har man kommit överens om. Begreppet prioritera betyder *att göra först*.

Prioriteringsregel:	Exempel:
<b>Parenteser</b> räknas först.	$24 / (8-2) + 3 \cdot 3 - 2$
<b>Multiplikation och division</b> räknas därefter.	$24 / 6 + 3 \cdot 3 - 2$
Och till sist räknas <b>addition och subtraktion</b> .	$4 + 9 - 2$
Lösningen blir...	11

En bra metod är att skriva beräkningens alla steg. Skriv så här så lyckas du bättre än att göra för många steg i huvudet:

$$14 + 10 / 2 - 7 = 14 + 5 - 7 = 12$$

$$64 / (6 + 2) + 3 \cdot 9 - 6 = 64 / 8 + 27 - 6 = 8 + 21 = 29$$

**Varnande exempel:** Vi tänker oss att vi är en familj som ska gå och ha roligt på ett Tivoli.

Entréavgiften presenterades på en skylt vid ingången:

*TIVOLI*  
Vuxna 50 kr  
Barn upp till 15 år 30 kr

Familjen består av två vuxna och tre barn och nu ska de räkna ut vad det kostar att gå in. Pappa är noggrann och skriver på en lapp för att räkna:  $2 \cdot 50 + 3 \cdot 30$ . Medan han tar fram en liten enkel miniräknare han har i väskan hinner hans dotter räkna ut i huvudet att de ska betala 190 kr.

När pappan har knappat in uträkningen skriker han rakt ut! Det står på displayen att de ska betala 3090 kronor! Han skrattar och säger att miniräknaren måste vara trasig, men dottern säger lite kaxigt att han nog borde lära sig och sin miniräknare prioriteringsreglerna!

Hur kunde det bli så fel för pappan? Jo, varken han eller enklare miniräknare känner till prioriteringsreglerna. Många miniräknare räknar bara i den ordning du skriver in talen. Därför blev pappas uträkning så att efter att ha räknat  $2 \cdot 50$  så adderade den 3 och tog den summan (103) och multiplicerade med 30, vilket ger den orimliga lösningen 3090 kronor!

## Ekvationer

Ekvation: Kommer från det latinska begreppet *a equare* som betyder *att göra lika*. En ekvation går ut på att två uttryck ska vara lika. Ett exempel på en ekvation är  $3+x = 29$ . Då kan  $x$  bara vara ett enda tal för att det ska bli lika på vänster sida och på höger sida.  $x = 26$ .

Teckna en ekvation: Det innebär att göra om en text till matematiska symboler. Inom matten betyder *teckna* att skriva med bokstäver och siffror och inte att rita. Om du köper fyra pennor och får 24 kronor tillbaka på en hundralapp kan vi räkna ut priset per penna. Vi kallar priset för variabeln  $x$  och det innebär att varje penna kostar  $x$  kr.

Den tecknade ekvationen blir

$$4x = 100-24$$

När vi sedan förenklar blir ekvationen

$$4x = 76$$

Det leder till att

$$x = 19$$

Svar: Varje penna kostar 19 kr.

Vänster led: Det som står till vänster om ekvationens likhetstecken kallas *vänster led*.

Höger led: På samma sätt benämns ekvationens högra sida som *höger led*.

Att lösa ekvationer: För att lösa en ekvation och hitta det okända talet är det viktigt att balansera genom att göra samma beräkning på båda sidor för att likheten ska fortsätta att gälla. I exemplen här nedanför ser du att oavsett vilket räknesätt vi arbetar med så ska du alltid göra samma beräkning i både vänster och i höger led.

$\begin{aligned}x+3&=12 \\x+3-3&=12-3 \\x&=9\end{aligned}$	$\begin{aligned}x-3&=12 \\x-3+3&=12+3 \\x&=15\end{aligned}$
$\begin{aligned}3x&=12 \\3x/3&=12/3 \\x&=4\end{aligned}$	$\begin{aligned}x/3&=12 \\3x/3&=12 \cdot 3 \\x&=36\end{aligned}$

## Algebraiska uttryck

Algebra: Begreppet Algebra kommer från det arabiska språket och handlar om att räkna med bokstäver. Ofta används bokstaven  $x$ , men det kan lika gärna vara  $y$  eller  $b$  eller någon annan bokstav eller symbol.

Uttryck: Ett matematiskt uttryck är en mängd siffror och beräkningar som ska utföras. Exempelvis är  $24/(8-2)+3\cdot 3-2$  ett uttryck.

Algebraiskt uttryck: I ett algebraiskt uttryck ingår inte bara tal utan det ingår bokstäver också. Ett exempel på ett algebraiskt uttryck är  $3x+2a-7$ .

Variabel: En variabel är en bokstav som står för ett ännu ej känt tal. Släkt med begreppet *att variera*. Om du har flera variabler av samma sort ska du skriva t.ex.  $4x$  och det betyder  $4\cdot x$ .

Konstant: Motsatsen till variabel. En konstant är bestämd. Exempelvis är talet 24 en konstant för den kan ju inte variera.

Förenkla: Att förenkla innebär att du ska hitta uttryckets enklaste form. Det är alltid värdefullt att förenkla: Tänk dig det algebraiska uttrycket  $4a+b+12-2a-8+6b$ .

Vi förenklar genom att samla ihop variablerna av samma sort. Var noga med rätt tecken framför; ibland ska vi addera och ibland subtrahera dem!  $4a-2a+b+6b+12-8 = 2a+7b+4$ . Nu har vi samlat ihop variablerna och förenklat uttrycket.

Osynligt multiplikationstecken! Inom matten finns det situationer där man inte skriver multiplikationstecknet men det finns där ändå. Två exempel är som vi beskrivit ovan att man skriver  $4x$  och det betyder  $4\cdot x$ . Ett annat exempel är före en parentes. Man skriver  $3(4+6)$  och det innebär  $3\cdot (4+6)$ .

$$4a+b+12-2a-8+6b = 4a-2a+b+6b+12-8 = 2a+7b+4$$

# Metoder

---

## På E-nivå:

- Lös uppgifterna med rätt prioriteringar:
  - $3+5(3+6)-11$
  - $-18+24-(6\cdot 3)$
- Lös tydligt ekvationen:  $5 + 4x + 9 = 23 + 71$
- Förenkla följande algebraiska uttryck:
  - $3x+4x+13x-8x$
  - $4y-3b-2b-3y$
- Avrunda 16,48 till...
  - Ental
  - Tiotal
  - Tiondel
- Vilka par av uttryck betyder samma sak? Para ihop dem två och två.
  - $4a$
  - $a+4$
  - $a+a+a+a$
  - $4+a$

## På C-nivå:

- Beräkna  $24/(5-2)+3\cdot 3-3$
- Lös följande ekvation tydligt:  $\frac{x}{8}-2 = 5+1$
- Förenkla följande algebraiska uttryck:  $6h-2e+3e-5h+j$

9. Förenkla:  $14a+b+12-2a-8+6b-2b$

10. Beräkna

a) ... med uppställning:  $14 \cdot 95$

b) ... med kort division:  $\frac{3534}{6}$

### På A-nivå:

11. Beräkna med valfri metod:

a)  $2 \cdot 14,9$

b)  $17,5 \cdot 0,02$

c)  $\frac{365}{0,01}$

12. Ge flera förslag hur du skulle genomföra beräkningen  $14 \cdot 95$  som huvudräkning.

13. Lös följande ekvationer tydligt:

a)  $3x+4 = 49$

b)  $22-x = 2+11$

c)  $15 - \frac{x}{5} = \frac{25}{5} + 5$

14. Skapa en lagom klurig ekvation som tre andra personer lyckas lösa korrekt!

15. Beräkna

a)  $5+7 \cdot 7$

b)  $9(24-13)$

c)  $200 + \frac{200}{4} - 7 \cdot 9$

16. Beräkna barnens åldrar genom att teckna en ekvation: Pelle, Anders och Isak är syskon. Pelle är dubbelt så gammal som Anders. Isak är fyra år äldre än Anders. Tillsammans är de 24 år.

# Problemlösning med rätt prioriteringar!

---

## Bra att ha:

- Penna och sudd
- Papper som du skriver...
- ... talen 1-10 skrivna med bläckpenna brett på rad med plats för räknesätt mellan dem

1                    2                    3                    4                    5                    6 osv.

- Skriv till sist =100 efter att du skrivit talet 10. Då ser din rad ut så här:

1    2    3    4    5    6    7    8    9    10 = 100

## Gör så här:

1. Laborationens mål är att placera ut valfria räknesätt mellan talet 1-10 och få resultatet 100. Ni väljer vilka räknesätt och ni väljer hur många. Om ni inte sätter ut något räknesätt mellan t.ex. siffrorna 3 och 4 räknas det som talet 34.
2. Självklart gäller Prioriteringsreglerna!
3. Ett exempel på en start kan vara  $1 + 2 \cdot 3 - 4 + 5 \cdot 6 \dots = 100$ . I denna början utgör siffrorna 2 och 3 talet 23. Beräkningen  $5 \cdot 6$  har hög prioritet.
4. Om ni inte kommer exakt till resultatet 100 så ska ni i alla fall sträva efter att komma så nära som möjligt!

## Mål i Lgr 11:

- Att utveckla dina kunskaper om de naturliga talen samt om prioriteringsregler
- Att utveckla din förmåga att välja lämpliga metoder och värdera valda strategier

## Mer om prioriteringar och talsystem:

Talsystem: Olika system hur man berättar om tal. Vi använder oss idag av tiotalssystemet som också kallas för det decimala talsystemet. Andra talsystem är t.ex. det romerska, det egyptiska, mayafolkets samt det binära talsystemet.

Det decimala talsystemet: Om vi skriver talet 45 så betyder det för oss att vi har fyra tiotal och fem ental. Vi ser att en siffras placering avgör hur mycket den är värd. Man brukar kalla det för att siffran representerar ett tal. Varje förflyttning åt såväl höger som vänster förändrar siffrans värde med tio. Vårt decimala talsystem har fått sitt namn av att det består av tio siffror; från 0 till 9. Siffrorna har arabiskt ursprung.

Skillnaden mellan siffra och tal: Vi har siffrorna 0-9 men det finns oändligt många tal som kan skapas av dessa tio siffror.

## Lite till...

Här kommer fler problemlösningssuppgifter om du gillar att experimentera med tal:

- Hur uttalar ni talet som bildas då du skrivit talet 1-10 på rad? Tips: Bunta ihop talen tre och tre bakifrån. (Om du kör fast så finns svaret längst ner på sidan)
- Vilket är det **lägsta** tal ni kan nå med talen 1-10 på rad?
- Hur **nära 1000** kan ni komma?
- Kan du få lösningen som din egen ålder?
- På hur många olika sätt kan ni få talet 100 av talen 1-10? Vi på [gratismatte.se](https://www.gratismatte.se) har varit med om grupper som funnit över 20 olika lösningar och satt upp dem på en stor vägg!