Potenser, Geometri och Pythagoras idé

Begrepp

Om potenser

<u>Potenser:</u> Om du vill räkna ut en produkt när du har ett antal likadana faktorer kan du göra så här: 4•4•4 = 64.

Du kan dock skriva detta upprepade uttryck i en enklare form, på ett enklare sätt. Du kan skriva att 4 är det tal som ska multipliceras med sig själv 3 gånger. Det skrivs så här 4^3. Det här sättet att skriva tal kallas potens. Tal i potensform består av en bas och en exponent. Basen är talet där nere och exponenten där uppe. Det uttalas *fyra upphöjt i tre.*

<u>Tiopotenser:</u> Ett tal i tiopotensform har alltid basen 10. Det är den klart vanligaste potensformen eftersom vårt talsystem bygger på talet 10. Här är några exempel:

$10^2 = 10 \bullet 10 = 100$

$10^3 = 10 \bullet 10 \bullet 10 = 1\,000$

$10^5 = 10 \bullet 10 \bullet 10 \bullet 10 \bullet 10 = 100\,000$

<u>Kvadraten:</u> När ett tal multipliceras med sig själv kallar man det för talet i kvadrat. Du kan tänka dig en kvadrat med sidan 4 cm. Den får då arean $4 \bullet 4 = 4^2$ och uttalas *fyra i kvadrat.* 4= 16.

<u>Roten ur eller kvadratroten ur:</u> Att räkna kvadratroten ur ett tal innebär att du söker det tal som multiplicerat med sig själv blir talet du har. Exempelvis är *roten ur 25 = 5* för att 5•5 = 25.

Man skriver detta på följande vis: $\sqrt{25} = 5$

$4^2 = 4 \bullet 4 = 16$

$\sqrt{64} = 8$ för att $8 \bullet 8 = 64$

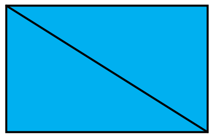
Omkrets och area

Omkrets: Är längden runt en figur. Omkretsen mäts t.ex. i enheten cm eller m.

Area: Arean är ytan på figuren. Olika figurer har olika formler för att beräkna arean. Enheten är t.ex. dm^2 eller m^2.

Triangel: Omkretsen på en triangel är summan av de tre sidornas längder. Arean beräknas med formeln

A = $\frac{basen \bullet höjden}{2}$ Triangeln är alltid en halv rektangel och därför dividerar vi med 2.



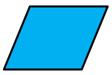
Talet pi: Talet pi skrivs med den grekiska bokstaven π. Den är förhållandet mellan en cirkels omkrets och dess diameter. Den är värd ungefär 3,14 och det innebär att omkretsen på en cirkel alltid är drygt 3 gånger så lång som diametern.

Radien: Är alltid halva diametern, alltså från mitten på en cirkel ut till kanten. r =d/2 eller d =2r

Cirkel: Omkretsen av en cirkel beräknas enligt formel O = 2•r•π = d•π. Arean beräknas med formeln A= r^2•π.

Parallellogram: En fyrhörning där motstående sidor är lika långa. Nästan alla parallellogrammer saknar räta vinklar, men även rektangeln är en parallellogram.

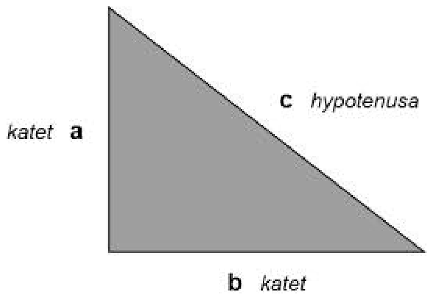
Romb: En fyrhörning där alla sidor har samma längd.



Arean på parallellogram och romb beräknas som för rektanglar, dvs. A = b•h. Det är viktigt att höjden h är den vinkelräta sträckan från basen upp till den motstående sidan.

Om Pythagoras sats

Pythagoras sats: Pythagoras var en grekisk filosof och matematiker för 2 500 år sedan. Hans namn skrivs Πυθαγόρας på grekiska. Jämför bokstäverna så ser du likheter. Pythagoras idé var att alla rätvinkliga trianglar har två kortare sidor som kallas kateter och en sida som alltid är längst. Den kallas för hypotenusa. Pythagoras kallade katetrarna för a och b samt hypotenusan för c och upptäckte att $a^2 + b^2 = c^2$. När man vet två sidor i en rätvinklig triangel kan man alltså räkna ut den tredje sidans längd!



En sats är som en regel eller en riktigt klok idé!

Exempel: Om den ena katetern (a) är 8 cm och den andra (b) är 6 cm i en rätvinklig triangel använder vi Pythagoras sats och beräknar sidan c.

$a^2 + b^2 = c^2$

$8^2 + 6^2 = c^2$

$64 + 36 = c^2$

$100 = c^2$

$\sqrt{100} = c$

$c = 10$

Svar: Hypotenusan c är 10 cm.

Metoder

På E-nivå:

1. Rita en rektangel med basen 6 cm och höjden 2 cm. Beräkna dess omkrets och area.

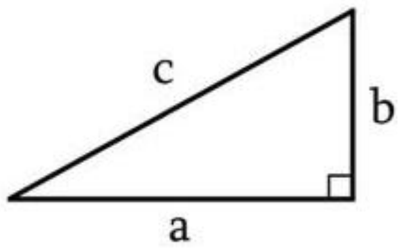
2. Rita nu en triangel som har dubbelt så stor area som rektangeln i uppgift 1.
   a) Visa formeln du använder när triangelns area beräknas och använd den för att beräkna arean.
   b) Beräkna triangelns omkrets.

3. Förklara skriftligt för en nybörjare vad begreppen betyder och vilka tal de motsvarar:
   a) 10^2
   b) $\sqrt{36}$
   c) 2^3

4. Beräkna hypotenusan i en rätvinklig triangel som har kateterna 3 cm och 4 cm. Använd Pythagoras sats.

5. Rita en cirkel som har radien 3 cm. Beräkna omkretsen.

På C-nivå:



6. Sidan a är 5 cm och sidan b är 3 cm. Beräkna sidan c.

7. Hur många cm^2 består 1 dm^2 av? Rita din förklaring!

8. Vad är en hypotenusa?

9. Beräkna
   a) 26•0,1

   b) 4,5•0,01

   c) $\frac{2,5}{0,1}$

På A-nivå:

10. Rita en cirkel med omkretsen 25 cm. Beräkna dess radie och area. Visa de formler du använder!

11. Berätta om likheter och skillnader mellan en romb och en parallellogram.

12. I en rätvinklig triangel är en katet 7 cm och hypotenusan 8 cm. Beräkna den tredje sidan.

13. Beräkna summan av 4^3 och 3^4.

Här kan du anteckna saker du kommer på eller lär dig om potenser, geometri och Pythagoras:

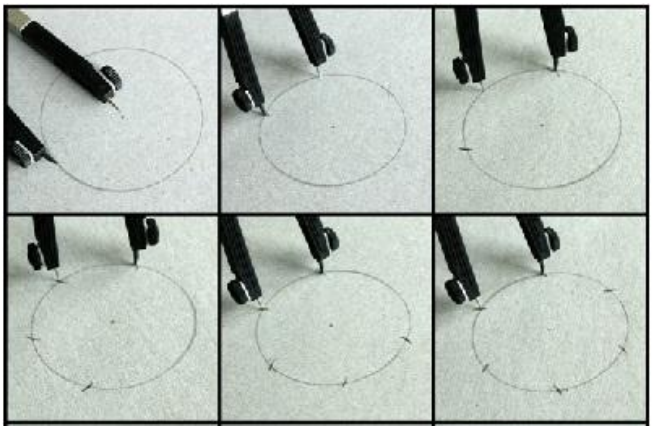
Problemlösning med passaren

Bra att ha:

- Ganska tjockt papper t.ex. ritpapper eller kartong, helst i storlek A3 men vanliga A4 går också bra
- Passare
- Linjal
- Blyertspenna
- Färgpennor

Gör så här:

En cirkel ritar du enklast med hjälp av en passare. En fördel är att du själv kan ställa in passaren så att cirkeln får den radie och den diameter du vill att den ska ha. Annars kan man ta vilken rund sak som helst, men då blir det svårt att variera radien.



1. Rita en cirkel med en diameter på cirka 10 cm.
2. Behåll passarens inställning och sätt passarspetsen på valfri plats på omkretsen.
3. Markera med passarens blyertsspets punkten en bit bort på omkretsen.
4. Flytta sedan passaren och placera spetsen i den nya markeringen. Fortsätt på samma vis runt hela cirkeln.
5. Om du har fått allt att stämma kommer du ha sex markeringar på cirkelns omkrets.

6. Du ska nu med linjalen binda ihop punkterna och få fram en perfekt sexhörning, en hexagon.

Mål i Lgr11:

- Att utveckla dina kunskaper om konstruktion av geometriska objekt och om symmetri och mönster
- Att utveckla din förmåga att hantera verktyget passaren
- Att uppleva estetik i mötet med mönster och former

Mer om cirklar:

En cirkel är en cirkel just för att det är lika långt från dess mittpunkt till valfri punkt på omkretsen. Detta avstånd kallas för cirkelns radie. Två radier blir en diameter. Cirklar och talet π har skapat nyfikenhet i flera tusen år.

Lite till:

- Vad skulle hända om du provar samma metod med hexagonen på en större eller mindre cirkel?
- Det mönster du skapar kan användas till att göra nya mer avancerade mönster.
- Släpp loss fantasin och gör mindre cirklar runt varje punkt eller bind ihop motstående punkter med linjalen eller …
- Vill ni göra er största cirkel någonsin? Hur skulle det gå till? Ett långt snöre tillsammans med en penna eller pinne och en rejäl yta räcker långt!
- Om du vill kan du mäta vinklarna i din hexagon. Finns det något samband mellan antalet vinklar och deras gemensamma vinkelsumma? En triangel har ju vinkelsumman 180^{o}, en fyrhörning borde ha vinkelsumman… för sök hitta mönstret och skapa en tabell med allt ni kommer på!